事実と創造 431, 7 - 21. 2017/4

問いの更新の歴史としての「わかる」ということ

——算数の場合

宮崎清孝

『事実と創造』誌上で既に何度も報告しているとおり、今千葉茨城教授学の会では塚本幸男が「小説的授業論」と呼ぶ、より広い言い方では「対話主義の授業論」という授業についての考え方を開発している。今回の報告もその一つであり、二〇一六年一二月におこなわれた冬の合宿での発表に基づく。

「授業とは何か」という問いは、それにどんなふうに答えるにせよ、「子どもが、また教師が教材をわかるとはどういうことか」という問いと切り離すことができない。では「対話主義の授業論」からではどうなるか。私たちの考える対話主義の授業論では、授業とは子どもたちと教師が、その中で教材についての問いを新しくしていく場である。そしてこのように授業を捉える私たちから見ると、わかるとは「ある答えを持つ」とか「その答えに至る筋道を理解する」というに留まらず、その答えに対する問いを多様に持ち、さらに問いを新しくしていくということである。ある答えを持っても、そこにはつねに新しい問いかけがあり得ると気づくことが、わかりを深める、ということだ。[1]

「わかるとは問いを持つこと」という主張は決してわかりやすくないだろう。最初にいっておくと、ここで「問いを持つ」とは、いわゆる発問を持ったり、質問を持ったりする、ということと同じではない。むしろ、「ある方向から探求しようとしている」ということだ。発問、質問は、その一つの明確な現れだ。また自分では「答え」を持っているつもりでも、すべての「答え」はある方向からの探求の結果であり、その意味でその人は意識しなくてもある「問い」を持っていることになる。また一つの「答え」を得たということは、そこで「わかる」が終わることではない。探求の方向は多様にあるので、一つの「答え」を得たことは、むしろそこでそれとは別の方向からの「問い」の可能性が開けていくということを意味する。そのことに気づけば、わかることはどんどん深まっていく。

このような考え方は国語の、それも文学作品の理解でならば、すこしはわかりやすいかもしれない。ここでは、

わかりに浅い深いはあるにしてもいわゆる一つの正解がない。いろいろなわかりがあり得る。授業の中で他の人の考えを聴いて、それに納得するだけではなく、ではこういう考えもあるな、と違うわかりを持つ、ということも多いだろう。この場合、人は別の人の問いを（そうとは意識せずに）聴き取り、それとは別の問いを（そうとは意識せずに）立て、それに対する答えを考えているのだ。

これに対して、「正しい考え方」が一つ明確にあるはずの科学では、もっと典型的に数学・算数ではどうだろう。「正しい答え」が一つあり、それを覚えることが授業で目指すべきことだ、とは思わない人たちでも（本誌の読者はそんなふうには思わないだろうが）、それに至る数学的な考え方、論理的な筋道があり、それを納得することが数学での「わかるということ」だと思うのではないか。ついでに授業ということをいえば、子どもたちをその状態、つまり正しい考え方を納得する状態に持っていくことが目指されるべきことではないか。個人のわかりにせよ、授業にせよ、ここでは問いを持つことは、ましてや多様に問いを持つことは、わかることとは無関係なのではないか。以下、そのことについて検討していこう。

1，対話主義的授業とは

その問題にいく前に、千葉茨城の会でいうところの小説的な授業観、対話主義的な授業観から見ると、授業とはどのようなものと考えられるのか、簡単に触れておこう。ここでは最近塚本幸男と私が千葉茨城の会のメーリングリスト上でおこなった、「究極の問い」という、塚本の使う概念についてのやりとりから始めよう。[2]

宮崎：（対話主義的授業観から見ると授業とは）一つの問いに対して答えがだんだん正しくなる、というよりも、むしろ、「実はこういう問いだったんだ」と、問いが更新されていく過程。私流に、問いというのを「方向性を持った探究」とすると、探究の方向性が、探究する中で変わっていく。

塚本：一直線に深化していくのではないということです。寄り道しているようなやりとりもあります。けれど、それは、新たな問いの生まれてくる一過程なのです。同時に、ある問いを別な方向から問いかけてみていることなのです。そうやって次第に、あるいは突然、考えの方向が見えてくるのです。

教師が一生懸命教材解釈して、この教材では最終的に「こういう問題を考えたい」という問いを見つける。でも授業してみると、学習者たちから別の問いがでてくる。それも、はっきりと問いという形で出てくるだけではなく、教師が出した発問について、「見当違い」「誤答」と思われるような答えの中に、実は彼ら独自の問いがある、という形で。それを教師が聴き取り、みんなのものにしていく。するとまた、若干違った答えが誰かから出てくる。その中に新しい問いがある。それを教師が聴き取り、みんなのものとしていく。

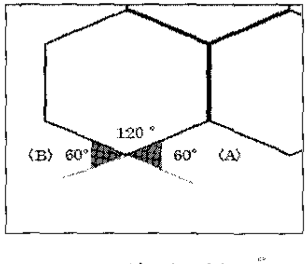
ということを繰り返していく中で、教師が最初に思っていた問い（ある方向への探求）とは異なる方向へ、しかし、ある特定の方向へと、その授業の中では議論が収斂していく。そして、ある答えが得られる。それが、その時間に、その時間の参加者たちが、得た「究極の答え」。でもそれには、それに対応して、その答えへの問いがある。それが「究極の問い」だ。

しかし「究極の答え」には、また違った方向（「見当違い」「誤り」）からの答えが、つまり問いがあり得る。だから問いは、終わることなく続く。この考えから出てくる大事なことは、授業で〝教える知識〟は、本当は事前に決まらない、授業の中で、子どもと教師の対話により、その時々に決まっていく、そして毎回変わる、人によっても違う、ということだ。

2，ある算数の授業における子どものわかり

では元の問題に戻ろう。一つの正しい考え方があるように思える算数で、個人のわかりにせよ、授業にせよ、わかることが問いを持つことだとか、多様に問いを持つことだ、ということができるのだろうか。そのことを算数のある授業での一人の子どものわかり方を見ることで検討してみよう。この子のわかり方は一見ありふれたもので、問いの存在をいう必要などないように見えるのだが、実はそうではない。

私が講師として共に研究をしている信州大学教育学部附属長野小学校での四年生の算数の授業でのエピソードである。子どもたちは「正六角形を敷き詰めたとき、なぜ隙間ができないか」という問題を追求していた。一人の子が「正三角形の一つの角が120度であること、三つ集まると360度になる」ことを発見した。それを受けて、智幸は、三つの正六角形が一つの頂点に集まった図をいろいろ調べていた。六角形のすべての角を計っていた。そこで偶然、一つの六角形の外角が60度であることを発見した。これまでにない場所に分度器を当てた子どもに驚いた教師は、思わずその直線の外側にできる180度を指し、「ここは？」と問いかけた（図。信州大学教育学部附属長野小学校、二〇一六より引用）。



教師は180度だと返ってくると思ったが、それに反して智幸は新たな直線を引き、ここに対頂角を見出した（図のB）。ただ線の引き方が悪く、最初は60度にならなかった。そこで教師と一緒に線を引き直し、測ってみて、そこも60度であることを確認すると、「彼の表情はパアっと明るくなり、残った角の大きさを120度と求めた。交差する2直線の対頂角が、「120が3つだから……」と筆算を始めた智幸は「360度だ」とうれしそうに語った」（信州大学教育学部附属長野小学校、二〇一六より）。そこから彼はさらに六角形のすべての角に同じことをやり、360度を発見し続けた。

ここで扱われている知識、「一つの頂点の周りは360度」「外角は60度」「対頂角は2種類」といった知識は、彼にとって難しいことでも、新しいことですらなかったかもしれない。だが、この六角形で、この外角で60度になることを確認し、その線とクロスする別の線を引いてみて、そこに対頂角を発見し、残りも120度で対頂角になることを発見し、という智幸の辿った道筋は、「一つの頂点の周りは360度」「外角は60度」「対頂角は2種類」という知識を、ここで新たに発見、確認するための、この時の智幸だけの、ユニークな探求だ。ここに、「この六角形の場合なら？」「この外角なら？」「クロスさせて作ったこの対頂角は？」という、問いがあったのだ。

算数で「正しい考え」は決まっている。でも、その「わかり」へ至る道筋は、その子（人）なりの、さらには同じ人でもそのときどきで違いうる探求の道筋、問いの道筋である。

ここで教師のほうも見ておこう。このような発見を智幸が一時間の中でしたことは、担任の「北原教諭にとって驚きだった。教師自身、正六角形が3つかかれた図にそこまでの面白みを持っていなかったからである」（信州大学教育学部附属長野小学校、二〇一六より）。

教師にとって、この知識自体は簡単なことだ。だから、「当たり前だ」という反応で済ませることもできるだろう。「子どもにとっては発見ですね」といった反応で済ますこともあるだろう。でも、北原教諭はそうでなかった。興奮した。自分自身、智幸の発見を面白いと思った。自分は、それに気がつかなかったと思った。子どもの中にある、子ども自身気がついているわけではない「問い」、自分にとって新しい「問い」を、聴き取ったのだ。言いかえれば、自分と違う「わかる」ための道筋があるということに気づいたのだ。一つの答えがあるようにみえて、そこへの探求の筋道には、つねに新しいものがある。教師がそれを発見し、引き出すことで、自らを変えた。一見単純なことへの自らの理解を豊かにした。と同時に、子どもの問いを支え、子どもがそれについての自分なりのわかりを作り出すことを助けた。

3，分数の割り算のわかり方

二つのわかり方

今度は、算数の問題を一つ取り上げていろいろ見てみよう。分数同士の割り算のやり方である。分数で割るときには割る数の逆数をかける。それはなぜか。小学校六年でやることになっている問題だが結構難しい。最近私のゼミの小玉さんが卒論で調べたところでも（小玉、二〇一七）、特に分数÷分数の場合、ほとんどの者がちゃんと説明できなかった（人数が少ないので数値的にはあくまでも参考資料だが、30人中25人ができなかった）。

なぜ逆数をかけるのか、そのわかり方はいろいろあろう。というよりも、ここでの私たちの考えによれば、それは無限にあり得る。今、二つ挙げてみよう。具体例としては

$\frac{1}{2}\div\frac{2}{3}=$

を考えてみる。当然計算は

$\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}=\frac{3}{4}$

となる。

【わかり方1：除数1あたりの値を求める】

割り算とは1あたりの量を求めるものだ、という考え方。よく知られているとおり、もともと数学教育協議会（数教協）が打ち出した考え方だが、現在では教科書でもこういうやり方が多いようだ。

たとえばまず整数の場合で考えると、

$6\div2=3$

とは、

2に対して6の場合に、1あたり量はいくら？

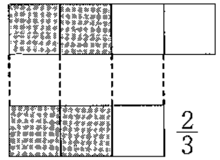
ということになる。

では$\frac{2}{3}$に対して$\frac{1}{2}$の場合に、1あたり量はいくら？

ここで$\frac{2}{3}$に$\frac{1}{2}$が対応している、というのはどういうことだろう？　それは以下の図で考える。

上の図形は、灰色の四角1個と白い四角1個からなる。四角2個で1、下の図形は、灰色の四角2個と白い四角

$\frac{1}{2}$



$\frac{2}{3}$

1個からなる。四角3個で1。それぞれ、灰色部分が$\frac{1}{2}$と$\frac{2}{3}$になる。

上の図形での$\frac{1}{2}$部分（灰色部分）に下の図形で対応するのが、四角の2個分（灰色部分）のところ。これがここで$\frac{2}{3}$に$\frac{1}{2}$が対応しているということの意味だ。このような関係があるときに、では下の図の、白い四角を含めた全体（1）には上の図形のどの部分が対応するか、という問題が、1に対応する量、すなわち1あたり量はいくらか、ということになる。

ここで上の図形全体の中に、下の図形での灰色の四角1個分（$\frac{1}{3}$）に対応するものがいくらあるかを考える。すると上の図形の灰色部分にはそれが2個ある。したがって、上の図形全体では2×2で4個ある。つまり、下の図形の灰色の四角1個分に対応するのは、上の図形全体を1とすれば$\frac{1}{4}$。下の図形全体に対応するのはそれ×3で、$\frac{3}{4}$。

$\frac{1}{2}$の分子1に対応するのが、$\frac{2}{3}$の分子2。$\frac{2}{2}$に対しては、$\frac{1}{3}$に対するのが、2×2で4個分。$\frac{1}{4}$。では1に対するのは、それに×3で、$\frac{3}{4}$。

【わかり方2：数学者の場合】

これは数学者の上野健爾が示している数学的な証明である（上野、二〇〇一）。おおざっぱにいえば数学的な証明とは約束事である公理系から単純な論理に基づき記号を操作して証明したい式を導くことだが、それによる方法だ。

出発点として、割り算はかけ算の逆である、とする。つまり

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = A$$

とすると、Aとは

$$A \times \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \qquad (1)$$

を満たすものとなる。

ところで、積の結合法則から

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \left(1 \div \frac{c}{d}\right) \qquad (2)$$

が成り立つ。その証明は以下の通り。

$$1 \div \frac{c}{d} = B \qquad (3)$$

とおく。結合法則から

$$\left\{\frac{a}{b} \times \left(1 \div \frac{c}{d}\right)\right\} \times \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \left(B \times \frac{c}{d}\right) \qquad (4)$$

$$B \times \frac{c}{d} = 1$$

なので

$$\left\{\frac{a}{b} \times \left(1 \div \frac{c}{d}\right)\right\} \times \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \left(B \times \frac{c}{d}\right) = \frac{a}{b}$$

この両辺を$\frac{c}{d}$で割れば、(2)が得られる。

さらに

$$\frac{d}{c} \times \frac{c}{d} = \frac{dc}{cd} = 1$$

なので

$$1 \div \frac{c}{d} = \frac{d}{c}$$

これを(2)式に代入すれば

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \left(1 \div \frac{c}{d}\right) = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

で、逆数をかけることが証明された。

なおこの証明で重要なのは、(1)でAは一つしかない、ということである。これは以下のように証明される。

$$m \times n = 0$$

ならば、m＝0かn＝0か（あるいは両方とも）。

$c_1 \times b = a, c_2 \times b = a$の2式が成立していると、

$$c_1 \times b - c_2 \times b = 0$$

結合法則から

$$(c_1 - c_2) \times b = 0$$

$b \neq 0$だと

$$c_1 = c_2$$

つまり、Aは一つしかない。

ずいぶん複雑な証明だが、上野（二〇〇一）によると、「このような分数の持つからくりが本当にわかったのは1920年代に抽象代数学が発達し、数の四則演算の持つ性質をはっきりさせたことによる。」一見やさしい「分数の割り算は逆数をかける」というやり方だが、本来数学的にはかなり難しいものというべきなのかもしれない。

二つのわかり方の背後にある問い

この二つのわかり方の背後には、分数の割り算のやり方についての異なる方向からの探求、つまり問いがある。最初に二番目の方から見てみると、ここにあるのは数学者の問い、「公理系から単純な記号操作で逆数をかけるという分数の割り算のやり方を導出できるか？」という問いである。他方最初の方のものは「割り算とは1あたり量を求めるためのもので、では分数の場合にはどうか？」ということだ。これは、最初のものとは大きく違う。最初のものが記号という抽象の世界であるのに対して、こちらは量という、より現実に近い世界を問題にし

ている。単位がつけば、もっと現実に近いことが明白になる。たとえば今の例で、

「$\frac{1}{2}$平方メートルの壁を$\frac{2}{3}$デシリットルで塗れるペンキがあります。ではこのペンキ1デシリットルでは何平方メートル塗れますか？」

といった問題だったら、ペンキの容量と壁の面積という二つの現実世界の量の間の関係を問題にしていることになる。つまり「わかり方1」にある大きな問いとして「分数の割り算は、量が問題になる現実世界ではどういうように理解されるのか？」というものがあるのだ。

この二つのうち、「数学という学問から見れば正しい」のは「わかり方2」だろう。そうすると、これと「わかり方1」の違いの意味をどう理解したらいいのかという問題が出てくる。「わかり方1」が正解で、「わかり方2」は、誤りではないにしても、子どものためにわかりやすくした簡便法なのだろうか。

この点についてインターネットで『青空学園数学科』(http://aozoragakuen.sakura.ne.jp) という数学教育のサイトを主宰されている河村央也氏の次のような見解は興味深い（河村、二〇一六）。

「計算方法ということに関して、納得のいくように教える一つの糸口は、量に立ちかえり、量から考えることだった。人間の歴史にとって、やはり現実世界の量的な把握は数が生まれた現場である。この現場を追体験する、これが数学の基礎にある。」（河村、二〇一六、20ページ）[3]

この考えは私のそれと非常に近い。ただ河村氏の把握だと「わかり方1」的なわかり方は本来の数学である「わかり方2」を教えるためのもの、ということになる。この点で私は異なる。私は既に述べたようにこの二つの違いを問いの違いだと考える。したがって、どちらが上だとか下だとかいうことは意味がない。その時々にその人がどういう問いを持っているかによって、どちらの「わかり方」がその人にとって意味のあるものとなるかが決まってくる。またそれは、「わかり方1」（量に基づく把握）が、難しいことをやさしく学ぶため便法ではない、ということでもある。量の関係の分析として数学を使用することは、教え学ぶ場面だけでなく、自然科学、工学、いや日常生活場面でも多い。そのような場で数学的なものをわかっていこうとするならば、「わかり方1」の方がより意味あるものだろう。

3.「問いを持つとしてのわかり」の「その場性・その人性」

ところでたとえば「わかり方1」の流れに基づいて授業がなされ、それを受けた学習者たちが「わかり方1」を納得した、としよう。この時、その学習者たちは皆同じわかり方をしたのか、皆同じ問いを持っていたのか。そうではないはずだ。たとえば「割り算とは1あたり数を求める」というところをどうわかっていくのか、それは人により、さらには同じ人でも場合により、違ってくるだろう。所有している関連知識や経験の違い。またその時々で想起される知識の違い。またどんな必要性があってそのことに取り組んでいるかということの違い。そんなことによって、問いの立て方、わかり方は違ってくる。上に書いた「わかり方1」とか「わかり方2」とは、いろいろに異なる実際の理解過程を抽象し、まとめたものだ。

このことをよく示してくれるエピソードがある。最初に記したようにこの一文のもとになっているのは千葉茨城教授学の二〇一六年冬の合宿での発表なのだが、その際のエピソードだ。実際の報告では、前出の「わかり方1，2」を紹介する前に、分数の割り算がなぜ割る数の逆数をかけることで可能なのか、出席者に聞いてみた。すると千葉経済短期大学一年の杉山さんから次のような答えが出た。もっとも正確にいうと、彼が答えたのは分数の割り算の仕方で、なぜ割る数の逆数をかけるのか、というものではなかったのだが、それは今大事なことではない。以下、授業記録ふうに紹介しよう。

杉山さんは以下のように板書した。

$$\frac{1}{2} \div \frac{2}{3} = \frac{3}{6} \div \frac{4}{6}$$

宮崎：まず通分しましたね。

杉山：ここと ここが消える

と分母の二つの6を消して

$$= \frac{3}{4}$$

とした。宮崎は意味がわからず、

宮崎：（6を消せると）自然に言いましたが、私にはわかりません。

と6を消せる理由を求めた。それに対し、

杉山：$\frac{3}{6}$と$\frac{4}{6}$で、同じ条件下になるんで。

でなんだか瞬時にわかり、おもわず

宮崎：なあるほど。

綺麗な解だと直観はしたが、背後の問いがすぐにはわからないので、塚本先生に助けを求めた。

宮崎：ここにある問いはなんですか？

塚本：分母っていうものがわかってないとここはいかない。

綿引：目盛り分の中身で教えた。

塚本：そうなんですね。0から1までの（線分の）目盛り。6つに分かれた。目盛りは大きさですか？

綿引：実体がない。

塚本：そう。分母は大きさじゃない。どれが大きさかというと。

綿引：分子。

塚本：そう。同じ目盛りの元での比べ。だから3÷4になる。（$\frac{3}{6}\div\frac{4}{6}$ でなぜ$\frac{4}{6}$で）割らないのか。大きさで割りたいんでしょ。だから（3と4を指しつつ）大きさを分ける。

塚本の考えはある程度わかったが、私に直観された考えはそれとは違った。

宮崎：僕がこれをどう理解したか。$\frac{3}{6}:\frac{4}{6}$ という比を考えた。するとこれは3：4と同じ。つまり6（分母）を無視できると。これが僕の、この場合の道筋。（杉山さんに）あなたはどこかでならったの？

杉山：今さっき気がつきました。

（中略）

塚本：6と3（分母と分子）って同じ数字でしょ？でもその実体ってなんなのかなっていう問いがずうっとあって。だからやり方じゃなくて。

小出：最近ようやくわかるようになった。目盛りと量という話が。

綿引：目盛り分の中身は、国土社の『わかる教え方』で出てくるものだから、教師になって、なるほど。同じ数だから（これはたとえば$\frac{1}{2}$と$\frac{3}{6}$のことだろう）。感動した。

小出：綿引さんはそこでわかった。塚本さんは違う。塚本さんは、子どもとやりとりしていく中で、あそうなんだ、と思うわけ。俺はずうっとその話聞いているけど、ここ一、二年だよ。あ、目盛りってそういうことかって。つい最近だから。

ここでは杉山さんから出た分数の割り算の方法についての一つのわかり方について、塚本先生と宮崎がそれぞれ「わかった」のだが、そのわかり方に迫る探求の方

向、問いの持ち方が違っていた。塚本先生は、分数はある量（実体）を、それ自体は相対的で変わり得る「目盛り」を使って表すものであるという理解から、では通分して分母を同じくすることの意味は何か？　と問うていた。宮崎は、割り算とは比と関連が深い、という理解から、そのことを問うた。同じわかり方に、違う前提から迫ろうとしているのだ。

今、このどちらが分数の割り算の説明として子どもにわかりやすいかを問題にしているわけではない。数学的にどちらがより重要か、ということも問題にはしていない。多くの子どもにとっては「目盛り論」の方がわかりやすい、といったことがあるかもしれない。しかし子ども一般というものはどこにも存在しないのだから、仮に「目盛り論」が多くの子どもにとってわかりやすいとしても、中には「比」で考えていく子どももいるかもしれない。ここでいいたいのは、同じ一つのわかり方でも、それぞれが持つ知識や経験が違えば、それに迫る前提が異なり、問いとして異なったものになる、ということだ。ちなみに、中略以降追加したやりとりでは、そこに同席していた綿引先生や小出先生も、それぞれにユニークな（その中身は分からないが）探求の道筋を持っていたことが示された。

なおご本人の杉山さんはどういう探求の道筋をたどったのか。翌日改めて聞いたところ、次のような答えだった。

$$\frac{1}{2}\div\frac{2}{3}=\frac{3}{6}\div\frac{4}{6}=\frac{3\times6}{6}\div\frac{4\times6}{6}=3\div4=\frac{3}{4}$$

被除数と除数に同じ数をかけても式としては同じである、というのは直観的にはその通りだが、証明は別途必要だろう。それは別にして、これだと「同じにした分母である6をどう消すか？」という手順についての問いが優先している。そこでさらに、なぜ双方の分母が同じだから無視できるのか、聞いた。それに対しては、本質的に目盛り論の答えだった。図を書き、6ℓのビーカーに4ℓ入れたのと、3ℓ入れたのと同じ、ということだった。そこを確認はしなかったが、あるいはこれは昨日の議論を彼が取り込んだ、ということだったかもしれない。

というわけで、考え方を最初に提出した本人の中にそれなりの問いがあるにしても、その考えを理解しようとするほかの人間はまた別の問いを持ちながらそれに接近し、わかろうとしていく。このさまざまな問いとそれに対応する方向性を持った探求のうちのあるものは、ほかのものに比べ、より多くの人に納得いきやすいものであるということはあるだろう。だが、だからといってそれが「正解」「教えるべき模範解答」になるわけではない。

人はそれぞれの道筋を通って理解をしていく。

4，専門家も驚く「新しい問い」の出現可能性

このように人びとが理解しようとしていく際に持つ探求の道筋の方向、つまり問い方は、人により、場合により違うユニークなものだ。それはその人の経験や既有の知識に基づいている。さらには、その人がそのときどんな活動を、何のために、誰としているのか、ということにも依っている。授業という場がその典型で、そこでどんな人と一緒に考え、どんな考え方に出会ったか、ということによって、問い方、わかり方は新しくなっていく可能性がある。

その意味では、人びとが持つ問い方はつねに新しい。ただそうはいっても、その問い方から出てくるわかり方の結果を形としてだけ見てしまえば、つまり問うていく、探求していく過程を捨象してしまえば、特に新しくもないし当たり前のことが多いだろう。子どものわかりが問題となる授業の場面ではとりわけそうかもしれない。たとえば最初の方で見た智幸がその例だ。

しかし子どものわかりが問題である授業の場は、そんな、背後の個人の探求史を捨象した結果だけで見ても、専門家が感心するような新しい考えが出てくる場でもある。このことは高橋金三郎と共に極地方式を作り上げた細谷純がつとに語っていたことでもある。

> ときとしてはむしろ、発達の研究が、たとえば自然科学の特定領域において、新しい理論が創造されることを援助する場合が考えられるのである。（細谷　二〇〇一、245ページ）

ここで細谷のいう「発達の研究」とは「教育の助けを借りて」初めておこなわれるような、つまり教師に対して「何歳児の知的能力はこのくらいだからそれに合わせて授業をせよ」と教えてくれるような発達心理学研究ではなく、教育場面で、教師の援助との関係の中で子どもが初めて見せてくれるような姿についての研究である。細谷がここでいうのは、授業の中で子どもから出てくる考えの中に、あるいは授業のために教師が準備することの中に、自然科学の新しい考え方の種が見つかり得る、ということなのである。

分数の割り算の場合にも、「新しい理論」まではいかないが、専門家を驚かすやり方が子どもから出てくるケースがあった。昨年まで信州大学教育学部附属長野小学校の副校長だった畔上一康先生（現信州大学教育学部教

授）の授業での経験である。

$$\frac{3}{5}\div\frac{2}{3}$$

という問題に対してR君が出したのは次のような答えだった。

$$\frac{3}{5}\div\frac{2}{3}=\frac{3\times6}{5\times6}\div\frac{2}{3}=\frac{18\div2}{30\div3}=\frac{9}{10}$$

さらに彼はここから、6は2と3の最小公倍数であるといい、

$$\frac{3}{5}\div\frac{2}{3}=\frac{3\times(6\div2)}{5\times(6\div3)}=\frac{3\times3}{5\times2}$$

と展開し、分数の割り算では割る方の分数の逆数を掛ける、ということを示してみせた。

答えはあっているからそれなりに正しいのだろう。だが分母を分母で割り、分子を分子で割る、というところがなんだか納得がいかない。6という数字も、どうして出てきたのか、すぐには納得がいかない。畔上も驚いた。しかし彼は、この考え方を否定することなく、何かがある面白いものとしてそれを理解しようとした。完全にわかったというわけではないが、何か自分の理解を超えたものがあるだろうと感じた。ところで後になって、この考えが前にも紹介した数学者上野健爾氏の耳に入った。氏はこの子の考えを、記号を用いて一般化して説明し、「なかなか面白い着想」と評価している（上野、二〇〇一）。

5，授業にとっての意味

本稿は個人個人のわかるということについて対話主義的な立場から考えてきた。個人のわかりとはその背後にある個人個人の問い、つまり探求の道筋の結果であり、それは個人により、また場合により、ユニークなものである、ということを強調した。このように個人がその時々に持つわかりの意義を強調すると、では授業の場で、子どもたちが教師と共にその場でのわかりを探求することの意味は何なのか、という問いがあらためて上がってくる。

授業することにはむろん意味がある。一つには、そこでさまざまなわかり方、問いのあり方がぶつかり合い、多様に問うことを知り、さらには新しい問いができてくるだろう。クラスとして、その時々の一つのわかり方が追求され、その中で個々人のわかり方も更新されてくる。特に大事なのは、違う問い方と出会うことで、自分の中に潜在的にあった問いに気づくことだろう。これは特に、間違いとか、わからないとかいう状態にあったときに、大事なことになる。ここでは具体例を挙げることが

できなかったが、「間違い」とか「おかしな答え」とか「わからない」という状態の背後にも、その人なりの「問い」が隠れている場合があり得る。それに気づけるのは授業と、よい教師が必要だ。

教師の側からみてみよう。人のわかりとはその人の、またその時々にユニークなある問いからのものである、ということは、子どものこととしてだけではなく、何よりも自分自身のこととして把握されなければならない。不勉強な自分はまったくの白紙で、それが教材研究でいろいろ正しいわかり方やわかりやすいわかり方を身につける、ということではないのだ。教材研究を始める以前に、既にそれまでの自分の経験と既有知識に基づき、何らかの問いを持ち、わかり方を持っている。それは「間違った理解」であるかもしれないし「わからない」というものであるかもしれない。だがそれにしても、それなりの「わかり方」であり、それなりの「問い」があるのだ。教材研究をして「理解していく」というときには、そういう以前の自分の中にあった「問い」との関係で、新しいものが理解されていっているのだ。

これは自ずからそうなっているものである、という面はあるが、教師としてはこの過程により自覚的になるべきだろう。教材研究で新しい考え方に出会ったとき、自分のこれまでのわかり方の中にあった問いに気づき、またそれとの関係で新しい考え方の問いにも気づく、というようにして、自分の理解を拡げていくべきだろう。このように、さまざまな問いを実感的に持ち、理解を拡げていくことがあってこそ、子どもに対するときに、その子どもの中のさまざまな問い、わかり方に気づき、それを授業の中で拡げていくことができるだろう。

そのように自分のそれまでのわかり方と関係づけていく、ということなしに、教材研究を「正しいわかり方をわかる」作業として捉えるとどうなるか。そのわかり方とは違う自分のそれまでの問いのあり方との比較がないので、教材研究したわかり方の持つ問いの方向性に無自覚になる。子どもに対するときも、子どもたちのすでに持っている問いに気づくということが難しくなる。ただ、「わかっていない」「間違っている」「変な理解を持っている」といった理解しかできなくなる。「発達段階による低い理解である」といった合理化がおこなわれたりする。結果的に、子どもたちの問いと関わる・対話する授業はできず、「正しい考えを教える」ことになる。つまりは教え込みである。教材の中身の吟味とは無関係に、「教え方」を工夫するだけになってしまう。最近の流行で、その「教え方」は〝アクティブ・ラーニング〟で、〝対話〟（私たちの意味での「対話」とは違う）「討論」を用いる教え方のテクニック）させるやり方だったりするかもしれないが、そのような授業は、結局のところ、教え込みにすぎないのである。そもそも自分のわかり方が、自分の「わからなさ」の中にあった積極的な意味、すなわち「問い」と無関係になされた、いわば「学び込み」であったことの帰結である。

（早稲田大学）

注

1 ここで私が展開する「わかる」論は、対話についての諸理論では特にガダマー（二〇〇八）の議論に関わる。また認知科学や学習研究では直接関わるものを発見できないが、「状況的認知論」といわれる考え方や、「誤概念研究」といわれる研究領域でのある種の考え方とつながると私自身は考えている。

2 千葉茨城数授学の会では、年3回の合宿、塚本の主催する例会と並び、メーリングリストでの議論が活動の主要な柱となっている。このメーリングリストに興味ある方は、宮崎までご一報願いたい。宮崎のアドレスはmiyasan@waseda.jp

3 河村氏は元高校教師。高校で高校生たちに、水道方式を用いて分数の計算を教えたという方。そのサイトは本来は理系大学受験生向けのかなり高度なものだが、引用したような基本的な事柄についても興味深い記載が多く、お勧めである。

4 この授業については畔上先生ご本人から伺ったほか、長年畔上先生の授業を追いかけてこられた早田和夫氏の記録によっている。

文献

ガダマー（二〇〇八）真理と方法．法政大学出版会．

細谷純（二〇〇一）教科学習の心理学．東北大学出版会．

河村央也（二〇一六）数学対話第5期．http://aozoragakuen.sakura.ne.jp/PDF/taiwapdf download2016/12/30.

小玉眞美（二〇一七）単純な分数の除法の概念を大学生はどのように理解しているのか．二〇一六年度早稲田大学人間科学部卒業研究．

信州大学教育学部附属長野小学校（二〇一六）研究紀要第58集・子どもと共に在る授業．信州大学教育学部附属長野小学校．

上野健爾（二〇〇一）数とは何だろうか．数学通信（日本数学会）、6(3), 28–68. http://mathsoc.jp/publication/tushin/ 0603/kueno6-3.pdf